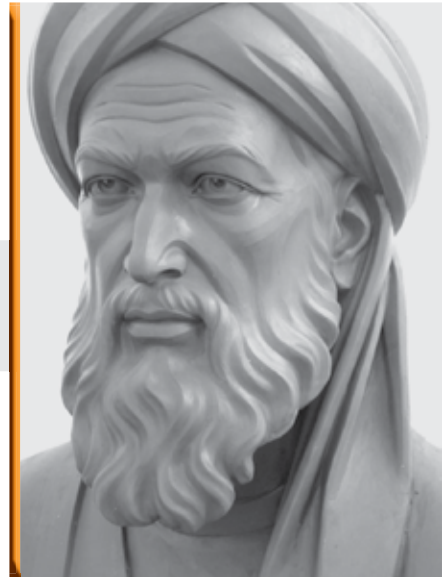


نگینی درخشان

از میراث علمی

خوارزمی



اشاره

در این مقاله به شاهکار محمدبن موسی خوارزمی پرداخته می‌شود؛ کتاب جبر و مقابله او که همچون نگینی درخشان در میراث علمی وی خودنمایی می‌کند. خوارزمی این باقوت گران بها را حدود ۱۲ قرن پیش به زبان عربی تصنیف کرده است. حدود ۳۰۰ سال بعد، تنی چند آن را به لاتین ترجمه کردند و از این طریق علم جبر وارد اروپا شد. زنده‌یاد حسین خدیوچم که خدای رحمان او را از رحمت بیکران خود بهره‌مند سازد، حدود ۵۰ سال پیش این کتاب را به فارسی برگرداند. در این مقاله سعی داریم، این ترجمه را معرفی کنیم.

کلیدواژه‌ها | بندگان خاص، محمدبن موسی خوارزمی، سید حسین خدیوچم، جبر، مقابله، معادله، جذر، مال، عدد

زمانش را بررسی می‌کند. در مرحله دوم، روش حل هر یک از آن‌ها را شرح می‌دهد و سرانجام در مرحله سوم، این روش‌ها را به کمک علم هندسه اثبات می‌کند.

ترجمه فارسی کتاب خوارزمی

کتاب جبر و مقابله خوارزمی در قرن دوازدهم میلادی چندین بار به لاتین ترجمه شد که از طریق این ترجمه‌ها، علم جبر وارد اروپا شد. ترجمه فارسی آن حدود پنجاه سال پیش در ایران به همت ادیب، محقق و غزالی‌پژوه وارسته، زنده‌یاد سید حسین خدیوچم انجام گرفته است. اساس ترجمه خدیوچم نسخه‌ای بوده است که دو استاد دانشگاه قاهره، به نام‌های علی مصطفی مشرفه و محمد مرسى/احمد، در سال ۱۹۳۹ از روی اولین نسخه خطی به دست آمده از

را مطالعه نکرده‌اند. این کتاب ارزشمند را خوارزمی با عنوان «المختصر فی حساب الجبر و المقابله» (به قول خوارزمی کتابی مختصر ولی در عمل بنیادین)، در آغاز قرن سوم ق- حدود ۱۲۰۰ سال پیش- به زبان عربی تصنیف کرد و با این کار، رونقی عجیب به فرهنگ رو به گسترش اسلامی بخشید. این اثر ماندنی، پس از انتشار در قلمرو جهان اسلام، با استقبال گرم و کم‌سابقه محافل علمی، چه در روزگار خوارزمی و چه در قرن‌های پس از وی، روبه‌رو شد، به‌طوری که اسم علم «جبر» (Algebra) در زبان‌های اروپایی از نام آن گرفته شد و کتاب قرن‌ها مرجع و مأخذ اروپاییان بود. خوارزمی در این کتاب، آن‌چنان که در ادامه مقاله شرح آن خواهد آمد، نخست تمام معادلات درجه دوم شناخته‌شده

به نام آفریدگار هستی بخش

بندگان خاص خدا آنان‌اند که
بر زمین راه می‌روند، بی آزار و آهسته،
و چون نادانان ایشان را دشنام و ناروا
گویند، پاسخ دهند، نیک و بایسته.
(فرقان/۶۳)

کتاب «المختصر فی حساب الجبر و المقابله»، نگینی درخشان از میراث علمی خوارزمی

بی‌شک معلمان، مدرسان و دانشجویان ریاضی (که مخاطبان مجله رشد آموزش ریاضی را تشکیل می‌دهند)، با نام خوارزمی، حداقل به عنوان ریاضی‌دان و یکی از بنیان‌گذاران شاخه جبر، آشنایی دارند و نام کتاب «جبر و مقابله»، اثر او را شنیده‌اند. ولی شاید اکثر آن‌ها این کتاب ذی‌قیمت

این کتاب که در «کتابخانهٔ بادلیان آکسفورد» موجود است، در مصر به چاپ رساندند.

سیدحسین خدیوجم

در سال ۱۳۰۶ شمسی در مشهد چشم به جهان گشود و در سال ۱۳۳۰ موفق به اخذ دیپلم ادبی شد. در سال ۱۳۳۸، لیسانس خود را در رشته زبان و ادبیات فارسی از دانشکدهٔ ادبیات دانشگاه مشهد گرفت و سپس موفق به اخذ درجهٔ دکترا از دانشگاه «سن ژوزف» لبنان، در رشتهٔ ادبیات عرب شد. مدت‌ها در دبیرستان‌های مشهد به تدریس اشتغال داشت، تا اینکه پس از انتقال به تهران، ابتدا در پژوهشکدهٔ فرهنگ به تدریس پرداخت و بعد به‌عنوان محقق در کتابخانهٔ ملی به کار مشغول شد. خدیوجم سال‌هایی از عمر خود را به تحقیق و مطالعه در کتابخانه‌های دنیا، به‌خصوص کشورهای عربی گذراند و از خود بیش از ۳۰ جلد کتاب در زمینهٔ تحقیق، تصحیح و ترجمه به جا گذاشت. وی از محققان برجستهٔ آثار امام محمد غزالی در ایران بود. عشق و علاقه‌اش به غزالی باعث شد، ۱۵ سال از عمر خود را صرف تعمیم و ترجمهٔ «احیاء علوم‌الدین» غزالی کند. ترجمهٔ «رسالة‌ الضحویه» ابن‌سینا که در آن شیخ‌الرئیس مسئلهٔ پیچیدهٔ معاد را بررسی کرده است (که رسالهٔ بسیار ذی‌قیمتی است) نیز از شاهکارهای خدیوجم است در پایان رسالهٔ «ضحویه»، مترجم بحثی با عنوان «معرفت آخرت» را از «کیمیای سعادت» غزالی آورده است که حیف است مخاطبان مجلهٔ برهان متوسطه ۲ از آن بهره‌مند شوند.

خدیوجم در سال ۱۳۶۵، یعنی سه سال پس از چاپ سوم ترجمهٔ جبر و مقابله، در مشهد درگذشت و بنا به وصیتش در بقعه‌ای که به آرامگاه غزالی مشهور است، به خاک سپرده شد.

زندگی‌نامهٔ خوارزمی

محمدبن موسی خوارزمی متولد خوارزم (خیوه کنونی) است. در گذشتهٔ حدود ۲۳۲ق، ریاضی‌دان، منجم، جغرافی‌دان و مورخ ایرانی، یکی از بزرگ‌ترین دانشمندان مسلمان و بزرگ‌ترین عالم زمان خود بود. از زندگی وی اطلاع چندانی که قابل اعتماد باشد، در دست نیست. آنچه حتمی است اینکه او از منجمان دربار خلافت مأمون عباسی (۲۱۸-۱۹۸ق) بود. در مقدمهٔ کتاب «جبر و مقابله»، از مأمون سخن به میان آورده است. آثار خوارزمی در ریاضیات دو کتاب به نام‌های «المختصر فی حساب الجبر و المقابله» و کتاب «الجمع و التفریق» است. از خلال مقدمه‌ای که خوارزمی بر کتاب جبر و مقابلهٔ خود نوشته، خوی نیک و اخلاق پسندیدهٔ او به خوبی جلوه‌گر است. در نظر خوارزمی، دانشمند واقعی تنها برای رسیدن به حقیقت می‌کوشد و در شأن او نیست که برای کسب شهرت و خودنمایی و تحقیر دیگران، به کار دانش بپردازد. در واقع خوارزمی با بلندنظری، گشاده‌دستی و فروتنی تمام، هدیه‌ای ارزنده به دنیای بشریت وقف کرده که بر اثر همین بی‌ریایی، سزاوار لقب «بنده‌ای از بندگان خاص خدای رحمان» است.

«وَعِبَادُ الرَّحْمَنِ الَّذِينَ يَمْشُونَ عَلَى الْأَرْضِ هَوْنًا وَإِذَا خَاطَبَهُمُ الْجَاهِلُونَ قَالُوا سَلَامًا»
(فرقان / ۶۳)

تعریف جبر و مقابله

نامی که خوارزمی بر کتاب خود نهاده، به مناسبت دو عملی است که در حل معادلات معمول است: یکی «جبر» و دیگری «مقابله». طبق اصطلاحات امروزی، اولی نقل یک جملهٔ منفی و دومی نقل یک جملهٔ

مثبت است از یک طرف معادله به طرف دیگر، با تغییر دادن علامت جمله‌ای که انتقال می‌یابد. برای روشن شدن مطلب، یکی از مسائل را که خوارزمی در کتاب خود آورده است، بیان می‌کنیم:

«اگر بگویی ده را به دو قسمت تقسیم کردم، پس از آن هر قسمت را در خودش ضرب کردم و سپس حاصل ضرب هر دو را جمع کردم، پنجاه و هشت درهم شد.» این صورت مسئله است که به زبان امروزی عدد X را می‌یابیم، به نحوی که:

$$X^2 + (10 - X)^2 = 58$$

خوارزمی حل مسئله را چنین ارائه می‌کند: «یکی از قسمت‌ها را شیء (منظور X است) فرض می‌کنی و دیگری را ده منهای شیء $(10 - X)$ ». پس از آن ضرب‌ها را توضیح می‌دهد و معادله را خلاصه می‌کند که به زبان امروزی چنین می‌شود:

$$2X^2 - 20X + 100 = 58$$

در ادامه چنین می‌نگارد: «صد به اضافهٔ دو مال $(2X^2 + 100)$ را با بیست شیء ناقص $(-20X)$ جبر می‌کنی و آن را بر پنجاه و هشت می‌افزایی» که نتیجه به زبان امروزی چنین می‌شود:

$$2X^2 + 100 = 58 + 20X$$

در واقع جملهٔ « $-20X$ » را به طرف راست معادله منتقل می‌کند. این همان جبر است که به تعبیری جبران کاستی‌هاست. در ادامه خوارزمی طرفین را نصف می‌کند:

$$X^2 + 50 = 29 + 10X$$

بعد ادامه می‌دهد: «سپس آن را مقابله می‌کنی، یعنی ۲۹ را از پنجاه کم می‌کنی.» که به زبان امروزی می‌شود: $X^2 + 21 = 10X$. در واقع عدد ۲۹ از طرفین حذف می‌شود. به عبارت دیگر، مقابله، قرار دادن مقادیر مساوی در برابر هم و حذف مشابهات است. توضیح اینکه حل مسئله به اینجا ختم نمی‌شود و ادامه دارد.



کتاب جبر و مقابله خوارزمی در یک نگاه

خوارزمی در آغاز کتاب، پس از یاد خدا، سپاسگزاری به سبب نعمت‌هایش، و درود و سلام بر پیشگاه پیامبر خاتم (ص) و خاندانش، فهرست مطالب کتابش را این‌گونه شرح می‌دهد: «مطالب این کتاب شامل محاسباتی است در ارث، وصیت و مقاسمه (= تقسیم کردن اموال مشترک) و امور دیوانی و تجارت و نیز اموری مانند مساحت کردن زمین‌ها و اندازه‌گیری نهرها و هندسه (= نقشه‌کشی)».

در ادامه پس از معرفی عددها در مبنای ده، این‌گونه ادامه می‌دهد: «دریافتم که اعدادی که در حساب جبر و مقابله به وجود آن‌ها نیاز است، سه نوع هستند: جذرها، مال‌ها و عدد مفردی که به جذری یا مالی نسبت ندارد.»

منظور خوارزمی از «جذر» همان است که اکنون در علم جبر با حرف «X» به آن اشاره می‌شود و «مال» عبارت است از X^2 (مجذور X) و عدد مفرد، بخشی از معادله است که مستقل از X باشد. خوارزمی در بیان شکل‌های متفاوتی که این سه در ارتباط با هم معادلات را می‌سازند،

این‌گونه تقسیم‌بندی می‌کند: «از این اقسام سه‌گانه، برخی با برخی دیگر برابر می‌شوند و آن هنگامی است که بگوییم: چند مال با چند جذر برابر است، یا چند مال با عددی مساوی است، یا چند جذر با عددی برابر است، یا مال‌ها و جذرهایی که با عددی برابر می‌شوند، یا مال‌ها و عددی که با جذرهایی برابر می‌شوند و یا جذرها و عددی که با مال‌هایی برابر می‌شود» به زبان امروزی، به ترتیب معادلات $ax^2 + c = bx$, $ax^2 + bx = c$, $bx = c$, $ax^2 = c$, $ax^2 = bx$ و $bx + c = ax^2$ را بررسی کرده است. به دلیل محدودیت حجم مقاله و با این توضیح که بحث خوارزمی در حل معادلات به عددهای مثبت منحصر است و به جواب‌های منفی و صفر معادلات نمی‌پردازد، به‌طور خلاصه مثالی را از هر مورد به همراه راه‌حل از کتاب انتخاب و ارائه می‌کنیم:

«اما مال‌هایی که با جذرها برابر می‌شوند: مانند آنکه بگوییم: مالی با پنج جذر از آن مال برابر است، نتیجه چنین می‌شود که جذر آن مال پنج است و اصل مال بیست‌وپنج که پنج برابر خود می‌باشد. اگر بگوییم: یک‌سوم مال برابر است با چهار جذر، پس تمام مال دوازده جذر خواهد بود که صدوچهل‌وچهار است و جذرش دوازده. پس در صورتی که شماره مال‌ها زیاده‌تر - یا کمتر - از واحد باشند، به مال واحد برگردانده می‌شوند.»

منظور به ترتیب معادله‌های $x^2 = 5x$ و $\frac{1}{3}x^2 = 4x$ هستند که به ترتیب به $x = 5$ و $x = 12$ می‌انجامند.

اما مال‌هایی که با عددی برابر می‌شوند: مانند آنکه بگوییم: مالی برابر است با نه، پس عدد مال نه است و جذرش سه می‌شود. و اگر بگوییم: پنج مال برابر است با هشتاد، پس یک مال برابر است با یک پنجم هشتاد که برابر می‌شود با شانزده و جذرش چهار.»

منظور به ترتیب معادلات $x^2 = 9$ و $5x^2 = 80$ هستند که به ترتیب به $x = 3$ و $x = 4$ می‌انجامند. اما جذرهایی که با عددی برابر می‌شوند: مانند آنکه بگوییم: چهار جذر برابر است با بیست. پس یک جذر آن پنج است که مال این جذر بیست‌وپنج می‌شود. منظور معادله $4x = 20$ است که به $x = 5$ می‌انجامد.

اما مال‌ها و جذرهایی که با عددی برابر می‌شوند: اگر بگوییم: یک مال، به اضافه ده جذر از آن مال، با سی‌ونه درهم برابر می‌شود، مقصود آن است که اگر به مالی به اندازه ده جذر از آن مال افزوده شود، مجموع آن می‌شود سی‌ونه.

راه‌حل آن چنین است: «باید جذرها را نصف کنی - مقدار نصف آن در این مسئله پنج می‌شود - و آن نصف را در مانند خودش ضرب کنی، در این صورت حاصل ضرب بیست‌وپنج می‌شود. آن‌گاه این عدد را بر سی‌ونه بیفزایی، مجموع شصت و چهار می‌شود. سپس جذر این عدد را می‌گیری، هشت می‌شود. آن‌گاه نیمی از شماره جذرها را که عبارت باشد از پنج، از آن کم می‌کنی که در نتیجه سه باقی می‌ماند، و همین عدد سه، جذر مال موردنظر است، و آن مال نه است.»

منظور حل معادله $x^2 + 10x = 39$ است که ما امروزه این روش حل خوارزمی را با نام «مربع کامل کردن» یا همان روش خوارزمی می‌شناسیم و با زبان ریاضی امروزی این‌گونه می‌نویسیم:

$$x^2 + 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 39 + \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow (x + 5)^2 = 64$$

$$\Rightarrow x + 5 = 8 \Rightarrow x = 3$$

(همان‌طور که دیده می‌شود، از جذر منفی ۶۴ صرف‌نظر شده است.)

نامی که خوارزمی بر کتاب خود نهاده، به مناسبت دو علمی است که در حل معادلات معمول است: یکی «جبر» و دیگری «مقابله»



همین معادله را خوارزمی به روش هندسی حل کرده است (صفحه ۴۸ از ترجمه جبر و مقابله) که به طور خلاصه و با همان شکل کتاب و همراه با نمادهای امروزی آن را در اینجا می آوریم:

سطح مربع «آب» (در شکل مربعی که درون آن «مال» نوشته شده است. خوارزمی با نام گذاری دو رأس مقابل، چهارضلعی را مشخص می کند)، همان مالی است که می خواهیم اندازه اش را بدانیم (x^2). پس اندازه هر ضلع آن به منزله جذر است (x). حال تعداد جذرها را بر چهار تقسیم می کنیم تا عدد دو و نیم به دست آید. حال اضلاع مربع را از هر طرف به اندازه دو و نیم امتداد می دهیم. چهار سطح متساوی الاضلاع (مستطیل) به نام های ح، ک، ج و ط بر مربع افزوده می شوند.

شش و یک چهارم	ح	شش و یک چهارم
ک	مال ب	الف
شش و یک چهارم	ط	شش و یک چهارم

همچنین در چهار گوشه چهار مربع هم اندازه داریم. سطح مربع ها برابر بیست و پنج چهارم یا شش و یک چهارم و سطح هر کدام از مستطیل ها برابر حاصل ضرب دو و نیم در جذر است ($\frac{5}{4}x$).

حال سطح مربع بزرگ تر که پیرامون مربع «آب» پدید آمده، برابر یک مال و ده جذر به اضافه بیست و پنج می شود؛ یعنی $x^2 + 10x + 25$. حال بنا بر صورت مسئله، عبارت $x^2 + 10x$ برابر ۳۹ است. پس سطح مربعی که طول هر ضلع آن جذر به اضافه

و با همین بحث کتاب را خاتمه می دهد.



مانیز این مقاله را در پایان، با عبارتهایی که زنده یاد خدیوچم به زیبایی در مقدمه ای که بر ترجمه نوشته، آورده است، زینت می دهیم: «اکنون که دوازده قرن از روزگار نگارش کتاب حساب (الجمع والتفریق) و جبر او سپری شده، می بینیم که خورشید بر هیچ سرزمینی نمی تابد، مگر آنکه فروشنده در فروشگاه، کدبانو در خانه، صنعتگر در کارگاه، دانشمند در آزمایشگاه، و رزمنده در آوردگاه، با حساب هندی او به محاسبه می پردازد، و جوانان دانش آموز هر شهر و دیار، رموز جبر و مقابله او را با عشق و علاقه فراوان به خاطر می سپرند. خداوند محمدبن موسی خوارزمی را از رحمت بیکران خود بهره ور گرداند و به ریزه خواران خوان گسترده او سعه صدر و چشم حقیقت بین عطا فرماید.»

❖ پی نوشت ها

1. Muhammad b. Musa al-Khwarazmi
2. Bodleian Library oxford

❖ منبع
خدیوچم، سیدحسین (۱۳۶۳). جبر و مقابله محمدبن موسی خوارزمی. انتشارات اطلاعات، تهران. چاپ سوم.

پنج است ($x+5$)، برابر ۶۴ خواهد بود که جذر آن هشت می شود. پس مقدار جذر (x) برابر سه می شود.

«اما مال ها و عددی که با جذرهای برابر می شوند: مثلاً می گویی: یک مال به اضافه بیست و یک با ده جذر از آن مال برابر می شود.»

«اما جذرها و عددی که با مال هایی برابر می شود: مانند آنکه بگویی: سه جذر به اضافه چهار با یک مال برابر می شود.»

نوبت شما: نوع های پنجم و ششم به همراه مثال ارائه شدند. تبدیل صورت مسئله ها به زبان امروزی و حل آن ها را به شما، خواننده محترم وامی گذاریم.

خوارزمی پس از بررسی انواع شش گانه معادلات به ضرب و تقسیم عبارتهای جبری و گنگ و نحوه گویا کردن آن ها می پردازد. سپس در این باب، ۳۴ مسئله دیگر همراه با راه حل ارائه می کند. در ادامه کتاب به سراغ مسائل مربوط به معادلات و مساحت می رود و در پایان، بخشی از کتاب را با عنوان «کتاب الوصایا» به حل مسائل مربوط به نحوه تقسیم سهم الارث بین وراث متوفی اختصاص می دهد.